

ELEMENT NILPOTENT (I SEDAN-COUPÉ): APROXIMACIÓ A UN COMPLEXE CONCEPTE DE LA MATEMÀTICA

Carles UDINA i COBO 2009-01-01

RESUM

La finalitat de l'escrit és posar de manifest l'eficiència del Sistema conceptual, explicant al lector un concepte molt específic de la matemàtica "Element nilpotent" (i també un moltíssim més simple, "Sedan-coupé"). Com a contrast el lector pot provar de trobar un matemàtic i de demanar-li que –suposant que el conegui– li expliqui aquest concepte amb els seus recursos habituals, fins i tot amb el doble, el quàdruple o amb deu vegades més de temps del que necessita per a llegir aquest document (una mitja hora). A més a més la major part d'aquest document no tracta d'aquest concepte sinó que introdueix al lector en alguns aspectes bàsics del Sistema conceptual, aspectes comuns a qualsevol concepte. Altres exemples anàlegs d'aquesta eficiència comprensiva els trobarà a "Forma", a "Física i Química (Termodinàmica)", a la tercera part de "Triptic" ("L'ús, dels diccionaris: *Ludoteca, Botànica i Signatura*").

ÍNDEX

- .0 PRÈVIA
 - .00 Sedan-coupé
- .1 "PARTICIÓ INTRÍNSECA" VERSUS LES SUBJECTIVES I ARBITRÀRIES "CATEGORIES"
 - .10 Breu esment a l'heurística del procés
- .2 CIÈNCIA I MATEMÀTICA
 - .20 Definició de Ciència
 - .21 Definició de Matemàtica
- .3 LES DIFERENTS PARTICIONS DE L'ARBRE INTRÍNSEC DE CONCEPTES
- .4 LA SUCCESSIÓ DEFINITÒRIA
 - .40 Àlgebra
 - .41 Estructura algebraica
 - .42 Estructura algebraica amb dos operacions
 - .43 Anell
 - .44 Ideal
 - .45 Ideal nilradical
 - .46 Element nilpotent
 - .47 Els "divisors de zero"
 - .48 Les relacions d'Element nilpotent i dels seus ascendents
- .5 REFLEXIONS
- .6 SISTEMA CONCEPTUAL

.0 PRÈVIA

Aquesta exposició vol il·lustrar sobre **l'Arbre intrínsec dels conceptes** i en un cas prou compromès: un complex concepte de la matemàtica. Aquesta exposició complementa la de "Forma". El document "Forma" il·lustra detalladament sobre les **relacions** entre els conceptes de l'Arbre intrínsec dels conceptes. Relacions que en el cas de "Forma" superen les 200.

En aquest document és igualment vàlida l'observació que es feia a "Forma":

"El lector ja ha oblidat tot el que va **patir** fa molts anys, quan era un nen, per a memoritzar i saber gestionar l' "a-be-ce-dari" llatí (= "alfa-bet" per analogia grega). El mateix que li va passar poc després amb les taules de sumar i multiplicar. Si el lector ronda els cinquanta anys, sí que recordarà els **traumes** de moltes persones els anys 80' per abandonar la màquina d'escriure i aprendre a escriure amb un tractament de textos, o pitjor, utilitzar un full de càlcul.

Per a acostumar-se a gestionar un Sistema conceptual és clar que caldrà conèixer quatre coses, amb la diferència que no cal memoritzar res perquè tot és intuïtiu."

Element nilpotent és un tipus de concepte de la màxima virtualitat i dificultat de comprensió. El pitjor exemple –i que qualsevol rebutjaria– per a intentar fer entendre a un lector normal. Per això mateix, el lector em permetrà que li faci perdre cinc minuts més animant-lo, definint abans un concepte molt més fàcil d'entendre, totalment real, tangible/ visible, material, tot i que encara és més específic (de la dotzena jerarquia). És "Sedan-coupé", que haurà escoltat més d'una vegada.

.00 Sedan-coupé

Al lector li semblarà inequívoca la següent definició de Sedan-coupé, que és exacta, amb la següent successió de proposicions o **predicats de primer ordre** (un element cognitiu de gestió trivial per a un ordinador, per exemple, amb PROLOG):

- Un "Sedan-Coupé" **és (igual a)** un "Coupé" amb dos Fileres de Seients (ni una, ni tres)
- Un "Coupé" **és (igual a)** un "Cotxe automòbil" d'una Porta a cada Costat (ni dos, ni ...)
- Un "Cotxe automòbil" **és (igual a)** un "Vehicle terrestre, automòbil i direccionable amb Rodes parelles a cada Eix" per a Transport de Persones (no és per a transportar mercaderies)
- Un "Vehicle terrestre, automòbil i direccionable amb Rodes parelles a cada Eix" **és (igual a)** un "Vehicle terrestre amb Rodes, automòbil i direccionable" amb Rodes parelles a cada Eix (ni un Tricicle, ni una Moto, ni...)
- Un "Vehicle terrestre amb Rodes, automòbil i direccionable" **és (igual a)** "Vehicle terrestre amb Rodes" automòbil i direccionable (ni l'han d'arrossegar, ..., ni va per un ferrocarril, ...)
- Un "Vehicle terrestre amb Rodes" **és (igual a)** un "Vehicle terrestre", amb Rodes (ni amb patins, ni...)
- Un "Vehicle terrestre" **és (igual a)** un "Vehicle" terrestre (ni marítim, ni...)
- Un "Vehicle" **és (igual a)** un "Enginy" de transport (ni un ordinador, ni un rellotge, ...)
- Un "Enginy" **és (igual a)** un "Objecte artificial" útil, enginyat (si fos inútil, seria un simple Artefacte)
- Un "Objecte artificial" **és (igual a)** "Objecte" fet per l'Home (ni natural, ni astronòmic, ni...)
- Un "Objecte" **és (igual a)** Matèria estructurada i/o formada (ni és una substància amorfa, ni ...).

Amb l'afegit de "(igual a)", a molts lectors també els recordarà l'elegant procés de substituir incògnites, per a resoldre un sistema de "n" equacions amb "n" incògnites (Regla de CRAMER). Com allò de:

$$\begin{array}{l} x = y + 24 \\ y = 3z + 1/2 \\ z = \dots \end{array}$$

Si "substituïm" totes les "equacions" (segons las fletxes \longleftrightarrow) tindrem la "solució", que un "Sedan-Coupé" **és (igual a) matèria estructurada i formada enginyosament per l'home, utilitzada per a transportar persones per la terra; amb tracció automòbil/ automotora; amb rodes direccionables instal·lades per parelles en uns eixos; amb una porta a cada costat i dos fileres de seients***.

* Evidentment, si li expliquem a una persona adulta, del mateix entorn cultural i que te conceputat "Cotxe automòbil" com nosaltres, podem fer l'omissió i definir directament a "Sedan-coupé" com "Cotxe automòbil amb una porta a cada costat i dos fileres de seients".

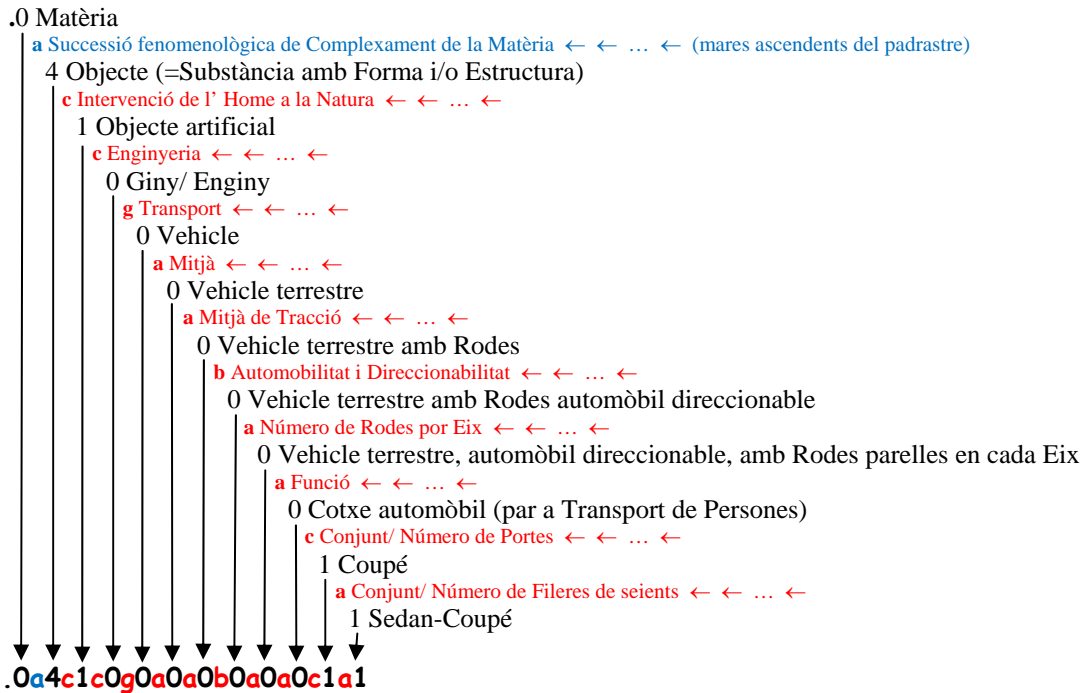
La "solució" del sistema, és a dir, el concepte definit, és **únic i exacta**. I ho és per doble raó, per la construcció algebraica (una successió de "Successions algebraiques **exactes** curtes") i per la **topologia convergent**.

Hi són **totes** les "abstraccions" que ens cal **-ni una més ni una menys-** per a definir inequívocament i exactament, a "Sedan-Coupé". Si traiem l'abstracció "parelles de Rodes per cada eix" resultarà una "Moto carenada", si traiem l'abstracció "dos Fileres de Seients" resultarà un "Coupé", ... i en molts altres casos, per exemple si traiem "Matèria", no tindrem res més que una **demagògia** (un signe lingüístic que no representa a res existent).

A algun lector se li pot acudir que amb totes les abstraccions, podríem fer les n! (que es llegeix "ene factorial")

possibles definicions de "Sedan-coupé". Allò que a vegades cada diccionari dona una definició diferent. Òbviament ja tindríem **la manera de generar totes les definicions possibles**, les de **qualsevol diccionari imaginable**, però no serien "n!" sinó que moltíssimes menys. Si permutem/ canviem l'ordre de les "abstraccions", **en la gran majoria dels casos** també resultarien demagògies que no representarien res. Per exemple, no podem parlar de portes, eixos ni seients si abans no hem esmentat matèria, etc., etc., etc. És al que em referiré a **.20** "Definició de ciència" sobre les reordenacions.

Una representació esquemàtica "diagonalitzada" del procés seria



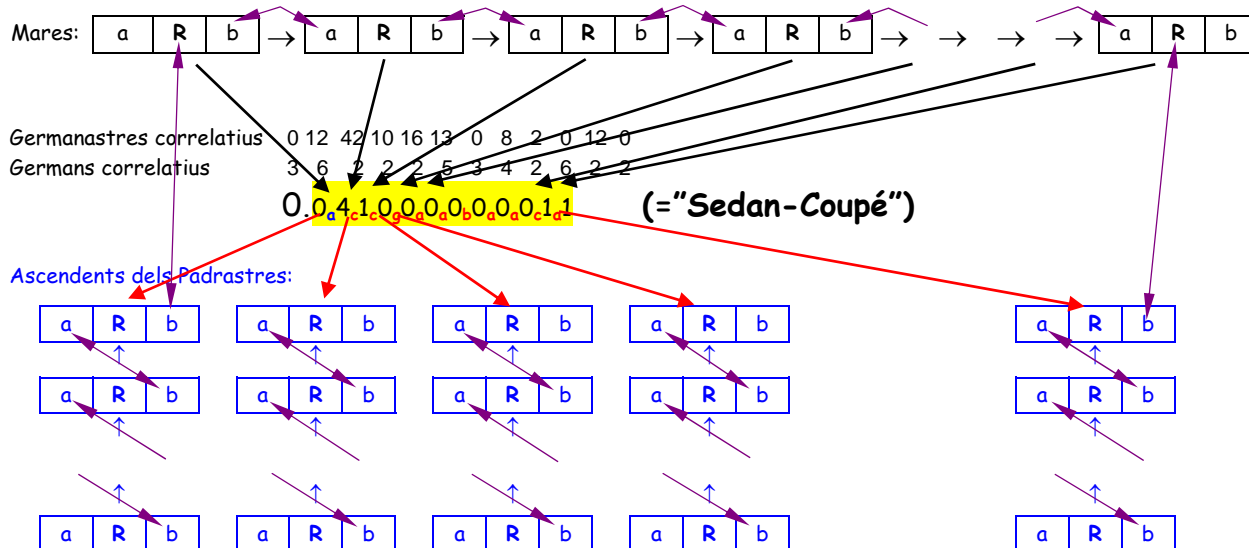
A l'apartat **.47** "Divisors de zero" s'explica una **exòtica** propietat d'alguns conceptes matemàtics, com per exemple les "Matrius algebraiques". Aquest concepte també és útil per a la representació de sistemes d'equacions com aquest i, precisament, la seva resolució passa per obtenir aquesta "diagonalització".

Sobre el codi del final, explico que és, però només per a satisfer la curiositat del lector. Després se'n pot oblidar si vol. És l'**equivalent a un número**, com el **64 785 213** que defineix exactament una quantitat enorme. Anàlogament, aquest codi també **defineix exactament el concepte** "Sedan-coupé" dins el Sistema conceptual.

Amb els sistemes numèrics posicionals aquest número li resulta **intuitiu**, com si ja el conegués quan és molt poc probable que l'hagi vist abans. Automàticament sap quins números són més

petits, quins són més grans, quins són de l'ordre de la dècima part, de la centèsima, ... Per exemple, sabem que representa quantitats equivalents als habitants de França o Itàlia, però bastant més que els de l'Estat espanyol. És a dir el número implica una profusa relacionabilitat amb altres números.

¿Passa el mateix amb aquest codi **.0a4c1c0g0a0a0b0a0a0c1a1**? La resposta és totalment afirmativa. El codi comporta desenes, sovint centenes, de **relacions implícites** amb altres conceptes. L'esquema que segueix ho detalla (la seva explicació pot trobar-la el lector a "El código del lenguaje", "El kerigma del pensamiento", ...):



12 + 42 + 10 + ... = 115, 3 + 6 + 2 + ... = 39, més una desena dels quadres negres i una centena dels quadres blaus, són **més de 250 relacions/ coneixements implícits**.

"Element nilpotent" li costarà una mica més d'entendre al lector que "Sedan-coupé", però no gaire més, només és qüestió de més temps. Abans, però, veurem què és la "Partició intrínseca", que és un dels distintius del Sistema conceptual.

1 "PARTICIÓ INTRÍNSECA" VERSUS LES SUBJECTIVES I ARBITRÀRIES "CATEGORIES"

Les "Categories" –els conceptes de **màxim rang** en relació a qualssevol altres, la **primera jerarquia**– han estat un debat al llarg de segles. A la "Partició intrínseca" s'exposa que ha estat un debat **estèril** per manca d'un tractament intrínsec, tractament que també s'hauria de reiterar en l'obtenció del que serien les "sots-categories" i així successivament (sots-sots-categories, sots-sots-sots-categories, ...) fins a formar tot un gran "Arbre intrínsec de conceptes".

Es tracta d'un tractament anàleg al que F. KLEIN va donar a la geometria fa més de 100 anys ("Programa d'Erlangen", 1872), permetent el seu modern desenvolupament, sense el qual seria impensable, per exemple, la física actual.

Les subjectives "Categories" és un concepte a oblidar, com si fos de l'alquímia, substituït per la "Partició intrínseca", formada per tres conceptes **totalment diferents de qualsevol proposta de categorització que ha existit**:

- **Matèria**, és a dir, tots els conceptes **sensitius estàtics**, els primers madurats pel nen petit.
- **Fenomen**, és a dir, tots els conceptes **sensitius dinàmics**, madurats a partir de la percepció del moviment en el nen, i de l'inici de la seva relacionabilitat (veure [31] "La relacionabilitat" a "El kerigma del pensamiento").
- **Concepte virtual***, tots els elements produïts pel pensament (és a dir, "conceptes" en la seva interpretació més ampla, inclosos coneixements, mètodes i raonaments) que **no són sensitius** per **no** ser imatge de lo real, ni material ni fenomenològic. Són conceptes que es

generen amb operacions culturals i amb el suport de signes arbitraris, signes que són **substitutoris** de la imatge sensitiva dels dos casos anteriors (necessitat de **sensitivació**). Es maduren molt més tardanament i fins a l'adolescència (i moltes persones ni això).

* És habitual dir-los-hi "Conceptes abstractes", una denominació incorrecta perquè estrictament tots els conceptes, sensitius inclosos, requereixen necessàriament d'abstraccions. Un exemple més del desgavell de la lingüística i de la ciència del coneixement.

La classificació és intrínseca perquè es deriva de la **progressió** de l'aparició de les facultats que possibiliten el llenguatge, el coneixement i la comprensió.

És molt important, tanmateix, que siguin **tres** (també podria fer-se una partició intrínseca amb només dos) perquè permet **transferir** les facultats de l'espai real tridimensional, donant pas a un "Espai cognitiu" totalment **intuïtiu**. Veure també "**El meu amic Carles**".

Els criteris que defineixen la partició intrínseca són inequívocs:

- la **sensitivitat** o no, i dins la sensitivitat,
- l'**estaticitat** o no (dinamicitat).

criteris que impliquen unes o unes altres **facultats bàsiques i clarament diferenciades**.

Un nen pot conceptuar de seguida quelcom tan immens i complexa com un "portaavions", gairebé al mateix temps que un "gat", una "pilota" o qualsevol joguina. Madurar i gestionar correctament un concepte dinàmic com "tempesta", ja és **posterior**. Tots ells són conceptes representables pel llenguatge **jeroglífic**, són **sensitius**.

"Organització", el mateix concepte de "Concepte", "Espai", "Temps", "Ciència", "Forma", ... són conceptes virtuals, inaccessibles a un nen petit per **no** ser sensitius, és a dir, **no** es corresponen directament a cap realitat perceptible. Per això no estan a l'abast del llenguatge jeroglífic ni permeten mantenir la "transparència" (és a dir, la sensitivitat), i per a representar-los **van caldre** els actuals llenguatges de signes arbitraris amb lletres i paraules. Una altra constatació, **històrica**, de l'oportunitat de la "Partició intrínseca".

Atès que aquest escrit tracta un concepte matemàtic, "Element nilpotent", és oportú l'exemple de les "Condicions inicials" que s'exigeixen per a la resolució de les fórmules matemàtiques vinculades a les lleis de la física. La "Partició intrínseca" seria per a la semàntica com les "Condicions inicials" per a la matemàtica i la física. Si no es parteix d'una adequada partició intrínseca –i no hi ha cap altra més adequada– tot el que es pugui fer després no es estructurable, no és "ordenable".

El lector pensarà amb raó que això s'embolica cada vegada més, però ha de pensar que en una pàgina **hem acabat amb una discussió bizantina**, de molts segles, encara vigent avui i amb la participació de la flor de la intel·lectualitat. Com no estava satisfactòriament resolt, per això mai s'ha passat d'aquí, és a dir, de tractar amb un mínim de consens la segona jerarquia (sots-categories), menys encara la tercera (sots-sots-categories)*. Doncs encara més, no només deixem resolt el dilema de les "Categories", la primera jerarquia, sinó que també tractarem bona part de la segona. A partir de la tercera jerarquia ja anirem directes cap a "Element nilpotent".

* Per això hi ha tantes propostes de classificació, totes elles totalment diferents i totes insuficients (veure "**Classificació i recuperació...**").

Així doncs, a partir d'aquesta primera partició/ jerarquia, la progressió cap a particions/ jerarquies successives, generant conceptes de menor rang, segueix essent la mateixa: aplicar criteris intrínsecs, siguin respecte les facultats de la psique, siguin respecte de cadascun dels conceptes que tractem de dividir. Per exemple, els dos primers elements de la Partició intrínseca –els conceptes sensitius Matèria i Fenomen– **indueixen** en el tercer element, el "Concepte virtual", no una sinó que **dos particions naturals**:

a) els conceptes virtuals derivats, de **segona** jerarquia:

- d' "**Estat**" (representador característic de lo **material** en un moment donat, com si fos una foto), i

- de "Dinàmica" (representador característic del canvi **fenomenològic**, com si fos una pel·lícula);

b) i també els conceptes virtuals derivats, de **segona** jerarquia:

- d' "Espai" (caracteritzador **comú de tot** lo real, material i fenomenològic) i
- de "Temps" (caracteritzador **exclusiu** de lo real **fenomenològic**).

És clar que "Estat" i "Dinàmica", i "Espai" i "Temps" (en les seves conceptualitzacions plenes) són conceptes virtuals, totalment ingestionables per qualsevol nen petit. No els podem tocar, veure escoltar o oïr, no són sensitius. Com conceptes són un producte estricte del nostre pensament. Més encara, "Temps" segueix essent avui un concepte de definició gens consensuada.

La percepció de la partició "a" en "Estat" i "Dinàmica" està associada a l'**origen** de la relacionabilitat en el nen. També és la base de la percepció del concepte "Dualitat algebraica" de la matemàtica, concepte **fonamental** per a l'àlgebra i la geometria, que podria ser après **intuitivament** i no de la manera formal i acadèmica actual. Veure [.31] "La relacionabilitat" i [.310] "Dualitat algebraica. Pas al dual" al document "El kerigma del pensament").

.10 Breu esment a l'heurística del procés

A la "Proposta" d'aquesta Web (<http://www.sistemaconceptual.org/ca/proposta.html>), a "El kerigma del pensament", a "Forma", a "Classificació", entre molts d'altres documents, s'explica detalladament:

- l'**absurditat** d'exigir un determinat número de fills en cada partició, per exemple 10 com fa la CDU (Classificació Decimal Universal). Els fills poden ser dos, tres, quatre, seixanta sis o "tropecientos", segon cada cas.

- l'error de que **cap sistema classificatori hagi previst particions múltiples**, és a dir, que d'un mateix concepte puguin resultar tantes famílies de descendents com calguin. Aquesta multiplicitat és una necessitat derivada de la realitat de l'herència múltiple que gestiona la psique, a la vegada que en coherència a la profusa relacionabilitat de la realitat que ens envolta.

Així, d'un concepte –que li direm "mare"– podem obtenir tantes famílies de fills (= "classes d'equivalència" en llenguatge matemàtic) com ens calgui, **mitjançant diferents criteris** que anomenarem "padrastrès". En aquest cas de "Concepte virtual", de moment ja tenim les dos anteriors particions diferents (Estat – Dinàmica i Espai – Temps).

També a la "Partició intrínseca" s'explica amb detall el procés per a arribar a totes aquestes obvietats, i per a entendre l'esterilitat de les "Categories" (i altres similars com els "Taxons", "Merons", "Semantemes", etc., etc., etc.). Breument, entre 1987 i 1992, es van analitzar des d'una perspectiva intrínseca* tots els elements que genera el pensament. Això vol dir, remarcant els seus **invariants** i menyspreant lo formal/ accessori. Tot el contrari de com procedeix la lingüística.

* De manera anàloga a com va fer-ho l'esmentat F. KLEIN amb la geometria

Es va fer amb un programa informàtic (DICSEM, 1987) que **simulava els endomorfismes** d'un espai vectorial, és a dir, feia continus canvis d'organització dels conceptes, canvis que **conservaven** les relacions intrínseques detectades, fins a trobar les agrupacions més intrínseques. Això va permetre també **descobrir** els nivells i l'estructura del pensament (el "Model del pensament"), al poder classificar tots aquests elements segons la seva generació progressiva, d'uns a partir dels altres:

- **identificadors** (Nivell 0, previ)
- conceptes **sensitius**/ simples (Nivell 1)
- conceptes **virtuals**/ compostos (Nivell 2)
- **coneixements** simples (Nivell 3)
- **mètodes** (Nivell 4, el darrer assolit per l'Home)

així com les combinacions entre ells (raonaments, lògica, ...).

.2 CIÈNCIA I MATEMÀTICA

¿Com lliguem "Matemàtica" amb la "Partició intrínseca"? Doncs d'una manera òbvia, a través de "Ciència".

.20 Definició de Ciència

La ciència és coneguda, sobre tot, per ser l'òs de l'ensenyament. Molts estudiants renuncien al seu estudi, i ja no són nens petits sinó que adolescents. A la ciència tenim un conjunt de conceptes de la **màxima virtualitat**, de nul·la sensitivitat ("Fórmula", "Teoria", ...). Però en contrapartida, ens donen la **comprensió** del que existeix. Hi ha molts conceptes virtuals, però només els de la ciència, per la mateixa definició de ciència, ens donen la comprensió del que ens envolta.

Estrictament, per ciència s'entén tot el conjunt d'elements del pensament que ens donen la comprensió del que existeix, així com l'activitat humana associada.

¿Com obtenim la definició de "Ciència" en l'Arbre intrínsec de conceptes? Ja hem comentat les particions més intrínseques de "Concepte virtual", les ja vistes de:

- "Estat – Dinàmica" (a la que s'assigna el subíndex "a"),
- "Espai – Temps" (a la que s'assigna el subíndex "b").

Una altra partició menys intrínseca però inequívoca i especialment útil per la nostra realitat socio-cultural és la partició que resulta del criteri "comprensió":

"Concepte virtual **segons** comprensió"

d'on resulten només dos classes d'equivalència,

- la "Ciència" i
- "el que no és ciència"*.

* Per exemple, el "Caos" (=allò que encara no abastem a entendre) forma part –per definició– de la "no Ciència". En conseqüència, fer "Teories del caos" és una contradicció, una absurditat, una estupidesa.

A l'esmentat document "**Forma**", a l'apartat "¿QUIN CONCEPTE TRACTEM AQUÍ?", el lector trobarà el complement que li manca sobre les definicions exactes amb particions en classes d'equivalència. És a dir, estem fent un arbre amb **definicions exactes**, no amb equívokes definicions literals.

En conseqüència, en expressió tradicional, "Ciència" seria una de les diverses sots-categorïes de conceptes. En expressió més planera, un element de la **segona jerarquia** de l'Arbre intrínsec de conceptes.

Per simple curiositat diré al lector que la tercera partició, la "c" –la que manca entremig de la "b" (Espai – Temps) i la "d" (Ciència o no)– genera el concepte "Magnitud física (=concepte estàtic o dinàmic representable amb números)". També algun altra la posaria més enrere perquè "no és tan important com Ciència!". Pel que es diu tot seguit, no seria problema posar-la aquí o allà, perquè les reordenacions no afecten. Però no es tracta d' "importància", què és extrínseca i canviable. Ni es tracta del nombre de descendents que es puguin generar ("Ciència" te molts més descendents que "Magnitud"). Es tracta d'intrinsicitat, i és bastant clar que el concepte de "Magnitud" és **bàsic i previ** per a la ciència. Sense magnituds no podríem fer ciència.

Resumidament, tenim:

- .0 Matèria
- .1 Fenòmen
- .2 Conceptuació amb virtualitat (=amb AntiImatge no totalment real)
 - a Representació de les característiques de la Matèria i del Fenomen ← ← ... ←
 - 0 Estat (Percepció de les característiques en un moment donat)
 - 1 Dinàmica (Percepció del canvi fenomenològic, Dual algebraic de l'Estat)
 - b Representació de lo comú i de les diferències entre Matèria i Fenomen ← ← ... ←
 - 0 Espai (Percepció estàtica de lo visual, tàctil, kinestèsic, ...)
 - 1 Temps (Percepció de la successió/ dinamicitat fenomenològica)
 - c Mesurabilitat/ Representació numèrica ← ← ... ←
 - 0 Magnitud física (Concepte estàtic o dinàmic representable amb números reals)
 - d Comprensió (=Coneixement relacional/ sintètic, no enumeratiu) ← ← ... ←
 - 0 Ciència (Representació comprensiva amb l'Estudi i l'Activitat associada)

- Estat, Dinàmica, Espai, Temps, ..., són de la segona jerarquia de l'Arbre.
- En els dos primers elements de la "Partició intrínseca" (Matèria i Fenomen) no s'ha incorporat la següent jerarquia dels seus fills, la segona jerarquia (la "Partició intrínseca" és la primera).
- Quan hi ha un sol fill és perquè s'omet la part complementària, els casos trivials de "no Magnitud", "no Ciència".
- Segons el que s'explica als documents anteriorment referenciats, les particions:

- a) "Estat - Dinàmica",
- b) "Espai - Temps",
- c) "Magnitud" (o no),
- d) "Ciència" (o no),

i les següents particions que es puguin anar fent "e", "f", ..., són famílies de "germanastres" (utilitzant una nomenclatura prou il·lustrativa i familiar a qualsevol persona). És a dir, Estat i Dinàmica són **germans**, com Espai i Temps. Però Estat i Temps (o Estat i Espai, o ...) només són **germanastres**, perquè tenen diferents padrestres.

- La codificació de cada concepte resulta trivialment d'adjuntar els codis de cada nova partició, així que el codi/ coordenada de "Concepte virtual" és el .2 i el de "Temps" és el .2b1

Ja tenim fet el lligam i de la millor manera possible. En el nucli del simulador del Sistema conceptual, "Ciència" té assignada la quarta partició, la lletra "d", en el ben entès que aquesta posició seria "discutible". Però això no és cap problema. L'arbre seria el mateix amb qualsevol altra ordenació que a algun altra li semblés més apropiada. Només és una qüestió d'ordenació que l'ordinador pot **gestionar trivialment**. En matemàtica se li diu "Canvi de base" i és un qüestió **totalment extrínseca, secundària**, que **no** afecta a l'estructura. En un cas o en un altra seguiríem tenint dos estructures **intrínsecament equivalents**. És el que en matemàtica se li diria "equivalents llevat reordenacions/ canvis de base".

.21 Definició de Matemàtica

Seguim. ¿Com obtenim exactament "Matemàtica" a partir de "Ciència"? El lector coneix que es pot intentar fer ciència de tot el que existeix, i això obre múltiples i arbitràries opcions de classificació. És el que es fa habitualment:

- "ciències pures" (i en conseqüència n'hi ha que són "impures" ...!?),
- "ciència cognitiva",
- "ciències socials",
- etc., etc., etc.

Però hi ha una divisió clara, la que diferencia qualsevol d'aquestes opcions, amb unes ciències genèriques, que no són d'àmbits específics sinó que **aplicables a qualsevol altra**. El criteri de la partició en classes d'equivalència és doncs:

"Ciència **segons Mètode genèric de representació**"

d'on s'obté inequívocament "Matemàtica" i "Psicologia".

La matemàtica, intrínsecament, en la seva essència, és una **metodologia de representació** (estrictament, un gran conjunt de metodologies específiques). Amb la matemàtica, la realitat es presenta de nou, de manera virtual, en "format" matemàtic, per a permetre raonar, calcular, ..., i el que resulta d'aquests processos mentals -si s'ha fet correctament- és el que previsiblement farà la realitat. La comprensió que dóna la ciència no és per a altra finalitat que **preveure/ anticipar els comportaments futurs**. Si una ciència no permet predir, és que està mal feta.

Al lector li sorprendrà que aparegui la "Psicologia" al costat de la "Matemàtica". No és aquí el lloc d'aprofundir en aquest veïnatge (es fa a "**Teoria holística**" i a "**Ciència universal**", entre d'altres documents), però ho entendre de seguida. Com a ciència genèrica, la Matemàtica és un representador/ modelitzador del comportament de tota la realitat **externa** a la percepció humana. Però la realitat externa no ho és tot, perquè manca la **interioritat** de l'Home, els seus sentiments, el seu pensament, el seu comportament*. Lo "intern" és de l'àmbit de la psicologia. Una altra cosa és si la psicologia no està tan desenvolupada com la matemàtica, però això és una circumstància, una conjuntura, res d'intrínsec ni invariable.

* Que no és representable per lleis físiques ni fórmules matemàtiques tradicionals (integrals, ...).

Certament, la psicologia està avui en un estat precari, comprensible si es recorda que:

- com a ciència només té 100 anys d'existència, front els mils d'anys de la matemàtica,
- el seu "corpus" deriva prioritàriament de l'aportació freudiana, i –sorprenentment– FREUD segueix qüestionat –quan no negat– per bona part de la comunitat científica (i fins i tot per bona part dels mateixos psicòlegs!!).

Com exemple ben pròxim d'aquesta precarietat, tenim aquesta Web, motivada perquè:

"la incoherència més gran de la civilització humana és: el **contrast** entre el gran coneixement de la fenomenologia externa a l'home i el nul coneixement de la nostra pròpia fenomenologia cognitiva interna, la que ens permet l'anterior coneixement extern"

Encara més, a part del veïnatge de matemàtica i psicologia, hi ha una intersecció intrínseca entre ambdues. No em refereixo a fer estadístiques sobre comportaments psicològics ("ANOVA" [=anàlisi de variància], ..., que són simples aplicacions de la estadística matemàtica a la psicologia), sinó que la generació de dos disciplines combinades, la "**Semiologia intrínseca**" i la "**Semàntica intrínseca**" (veure "**Ciència universal**" i "**Què és la conscienciació?**"). Matemàtica i Psicologia són **complementàries** i conformen el "**Mètode genèric intrínsec**" de comprensió de totes les coses (veure "**Ciència universal**").

Parèntesi de la psicologia a part, el que ens interessa aquí és que –com era d'esperar– tenim la "Matemàtica" penjada de la "Ciència", com una ciència **intrínsecament genèrica**, com un "As" per a **qualsevol** altra ciència, fins i tot per a la psicologia per la intersecció ja comentada. I ja hi som a la **tercera** jerarquia de l'arbre, les "sots-sots-categories".

.3 LES DIFERENTS PARTICIONS DE L'ARBRE INTRÍNSEC DE CONCEPTES

L'únic que ens resta d'aquest "aprenentatge accelerat" del Sistema conceptual, en aquesta servitud anàloga a aquella d'aprendre l'a-be-ce-dari, és que hi ha quatre maneres diferents de partir un concepte per a anar generant l'Arbre intrínsec de conceptes. Ens interessa saber-ho per les darreres particions que ens porten a "Element nilpotent".

Parts reals. D'un concepte, per exemple "Cotxe", podem fer conceptes més petits amb tissors, o en aquest cas amb una clau anglesa: Xassís i Motor. I successivament, tant del xassís com del motor podem seguir fent **parts més petites**, fins a desfer en peces tot el cotxe. Li assignarem el color **verd** als subíndexs.

Particions en classes d'equivalència. Una altra possibilitat no és fer conceptes components més petits sinó que un mateix concepte però més específic. Per exemple, "Cotxe **segons** ús" ens donaria "Cotxe turisme", "Cotxe esportiu", "Cotxe de carreres", ... tots ells cotxes sencers però que en cada cas és un subconjunt més restringit de cotxes. Uns tipus de cotxes més especialitzats, als que en cada cas correspon un nombre més petits de cotxes. És l'arbre que va proposar PORFIRI (232-304), on cada nova partició afegia **més condicions**, pel que es **restringia** l'àmbit representat. Li assignarem el color **vermell** als subíndexs.

Successió de complexament estructural. És un cas que combina les dos anteriors (realitat i classes d'equivalència). És especialment important per la seva intrinsicitat. Per això, quan és possible realitzar aquesta partició, és prioritària. Es tracta d'emprar com a criteri el fet que es

dona arreu de l'**estructuració de la realitat en nivells de progressiu complexament**. Li assignarem el color **blau** als subíndexs. Per exemple:

- Partícula física → Àtom → Molècula → Substància → Objecte;
- Astre → Sistema → ... → Galàxia → SuperGalàxia → ...;
- Cèl·lula → Teixit → Òrgan → Sistema anatòmic → Individu;
- Sarcòmer → Miofilament → Miofibreta → Fibra muscular → Feix muscular → Múscul;
- Individu → Societat familiar → Societat (Tribu/ Barri → Municipi → ... → Estat → Organismes internacionals → ...);

Parts enumeratives. El criteri no és comprensiu sinó que enumeratiu, només justificat pel ús, costum o conveniència. En conseqüència és la opció de partició **menys desitjable**. El cas més il·lustratiu és el d'un "Equip", que dividim en tots els seus "Membres" d'un moment donat. Els "taxons" i els "merons" són assimilables a aquest cas, el cas més laxa, que precisament és l'**únic recurs** emprat per la lingüística actual.

Cal insistir de nou, que les quatre opcions **no són opcions excloents**. Un mateix concepte "mare" pot generar una família del primer cas (fins i tot més d'una), diverses famílies del segon cas, una altra família del tercer cas (mai més d'una per la pròpia realitat) i algunes del quart. Cotxe, per exemple, s'ha vist que es podia fraccionar en peces, segons ús, segons potència, segons forma, ...

Amb això ja tenim tot el que ens cal per arribar fàcilment a "Element nilpotent".

.4 LA SUCCESSION DEFINITÒRIA

Deixem les generalitats del Sistema conceptual i anem als conceptes que ens fan falta per a arribar a la definició comprensible d' "Element nilpotent".

.40 Àlgebra

Dins les diverses branques de la matemàtica les dos més importants i que resulten del mateix procés definitori són l'Àlgebra i la Geometria. El criteri torna a ser el mateix ja vist, el que induïen els dos primers elements de la Partició intrínseca en el tercer: si el que es vol **representar** (recordem que la matemàtica és **intrínsecament** representativa) és:

- lo estàtic, l'estat, l'**estructura**;
- lo **dinàmic**, els **canvis**, les **transformacions**.

La primera de les dos classes que resulten d'aquesta partició, rep el nom d' "**Àlgebra**", la segona "**Geometria**":

- En el cas de l'Àlgebra, etimològicament, entre els àrabs, l' "algebrista" era el reparador de les fractures d'òssos, el reparador de l'**estructura** corporal humana.
- En el cas de la geometria, caldrà esperar al ja esmentat F. KLEIN per a entendre que l'essència de la geometria és l'estudi dels **invariants de les transformacions**. ¿Perquè el teorema de PITÀGORES és tan important avui com fa 2000 anys? Perquè en els triangles rectangles és una propietat **invariant** a qualsevol transformació ortogonal, per exemple un "Zoom" que redueix o augmenta el triangle.

Tal com l'estàtica i la dinàmica estan a tocar, també ho estan l'àlgebra i la geometria, de manera que el tractament combinat d'ambdues és lo més habitual (Geometria algebraica, "Anàlisi" [si s'afegeix la Topologia], ...).

¿És una coincidència aquesta relació entre la Partició intrínseca i aquestes dos branques bàsiques de la matemàtica? És clar que no. A "**Que és la conscienciació?**", a l'apartat [.171] "Inspiració matemàtica" es comenta:

¿No hauríem de pensar, més aviat, que si podem fer matemàtica és única i exclusivament perquè **totes les seves bases estructurals ja existeixen en el nostre cos i/o són gestionades per la psique?** ¿No serà que **només reciclem i apliquem** en funció de les nostres necessitats, aprofitant la versatilitat de la psique?

És de sentit comú: l'home només fa les matemàtiques que és capaç d'entendre, és a dir, que són **semiològicament compatibles amb les seves facultats evolutives naturals**.

Les dos branques principals de la matemàtica no es corresponen a aparences, a formes, a colors, a circumstàncies, a convenis, ... sinó que als dos estadis bàsics en la percepció i la conceptualització del nen (els dos primers estadis de la Partició intrínseca, els dos estadis **sensitius**), que **condicionen tota l'estructura intel·lectual de l'adult**.

Deixem de banda les altres branques de la matemàtica (la "Topologia", el mal anomenat "Anàlisi", ...), perquè no tenen res a veure amb "Element nilpotent".

.41 Estructura algebraica

El concepte "Sistema" és el **representador bàsic** de tot el que ens envolta, definint en cada cas els elements integrants i les seves interrelacions. Es pressuposa del lector el coneixement del concepte "Sistema", perquè és un concepte bàsic i útil arreu, imprescindible per a iniciar la comprensió de qualsevol cosa. No obstant això, si vol refrescar-lo, disposa en aquesta mateixa Web del document "**Sistemes**".

A partir d'aquesta anterior representació descriptiva, l' "Estructura algebraica" és el **representador comprensiu dels Sistemes**, en les que les relacions/ interaccions entre els estats dels seus elements es poden representar mitjançant operacions matemàtiques.

Tenim doncs una representació (l'estructura algebraica) d'una representació (el sistema). A un procés sobre un mateix procés se li diu "procés **autoaplicatiu**", un tipus de procés que **-quan és possible- té uns efectes molt potents** (veure [150] "Les autoaplicacions" a "**Què és la conscienciació?**").

Qualsevol lector que hagi estudiat una mica d'àlgebra sap que l'àlgebra no és una altra cosa que un seguit de conceptes estructurals ("Monoid", "Grup", "Anell", "A-mòdul", "Espai ...", ..), dels elements que integren aquestes estructures i de les relacions que caracteritzen aquestes estructures (les "operacions", com la suma, el producte, ..., la composició, ..., la unió, la intersecció, ...).

Malauradament els noms que es donen a aquestes estructures són **molt poc** representatius, **molt poc** sensitius, **molt poc** jeroglífics, **molt poc** transparents, o com es vulgui dir. És a dir, **molt inadequats** des d'una perspectiva pedagògica. Més aviat són clarament **pertorbadors** de l'aprenentatge. A més a més, en molts casos són noms polisèmics (un mateix nom per a conceptes totalment diferents), el que és **una gran incoherència** amb l'essència de la matemàtica, que té absolutament **prohibida** la polisèmia en la seva manera de procedir. Una constatació més de la ignorància del fenomen lingüístic per part de la matemàtica.

De cada un dels innumerable sistemes que conformen la realitat, s'abstrauen característiques que ens permeten establir una "analogia" amb alguna d'aquestes estructures algebraiques. Una útil representació perquè com s'ha dit abans, ens permet raonar i calcular, i el resultat es correspon al que acaba passant: **!!funciona!!** I lo més sorprenent és que a una mateixa estructura poden correspondre realitats aparentment tan **distants** com de la física, de la química, de la genètica, o de la psicologia. La matemàtica és aplicable arreu (allò ja dit de que és un mètode **genèric** de representació).

Resumidament, ja tenim:

- 2 Conceptuació amb virtualitat (=amb AntiImatge no totalment real)
 - d Comprensió (=Coneixement relacional/ sintètic, no enumeratiu) ← ← ... ←
- 0 Ciència (l'Estudi i l'Activitat associada)
 - b Mètode genèric de representació (amb Característiques vàlides a qualsevol Àmbit d'Aplicació); ← ... ←
- 0 Matemàtica (=Representador/ Modelitzador del Comportament real extern)
 - a Dualitat estat – dinàmica/ Sensitivacions de la Partició intrínseca ← ← ... ←
- 0 Àlgebra (abstraccions estructurables/ constructivistes, estàtiques)
 - b Sistematització (=Procés d'establir un Sistema) i Estructuració ← ← ... ←
- 0 Estructura algebraica (=Sistema, amb relacions que son Operacions)
 - a Número d'Operacions ← ← ... ←
- 1 Estructura algebraica de dos Operacions

Només s'incorpora la línia d'ascendents – descendents **directes**, **cap** dels "germans" que puguin haver en cada cas. El codi d' "Estructura algebraica de dos operacions" seria **.2_d0_b0_a0_b0_a1**

.42 Estructura algebraica amb dos operacions

Un estructura algebraica pot ser de lo més simple fins a lo més complexa. La característica bàsica d'aquesta diferent complexitat és el número d'operacions que defineixen l'estructura, és a dir, el número de **relacions intrínseques** que la caracteritzen.

La "Comptabilitat" és allò que cada trimestre les empreses han de comunicar a l'Hisenda pública, o són els avorrits llistats que rebem periòdicament del nostra banc. Matemàticament te una estructura de "Grup (algebraic)", una estructura d'**una sola operació**, la suma, amb la seva inversa, la resta. Els elements de l'estructura són els apunts comptables.

L' "Element nilpotent" és, com el seu nom indica correctament en aquest cas, un element d'una determinada estructura matemàtica. Però una estructura de **dos** operacions. Una estructura una mica més complexa que l'anterior.

També hi ha estructures de tres operacions, però no és el cas que ens interessa.

És clar que no hi ha estructures de dos operacions i mitja, o tres operacions i tres quarts. És a dir, hem dividit/ classificat **exactament** les estructures algebraiques, **segons** el seu número d'operacions, la d'una operació, la de dos, i la de tres. No hi ha més. Ni ens deixem cap, ni repetim cap.

D' "Estructura algebraica" hem passat a "Estructura algebraica amb dos operacions" mitjançant el criteri de partició "Estructura algebraica **segons** el número d'operacions". Notem doncs que estem en el segon cas de les particions, el de la "Partició en classes d'equivalència", en el que s'obté un concepte de la mateixa naturalesa però més especialitzat, més restringit.

.43 Anell (algebraic)

"Anell" és una de les estructures algebraiques de dos operacions (n'hi ha d'altres). Insisteixo, "anell" no te res a veure amb un anell estricta. L' "Anell (algebraic)" es caracteritza, a més a més de tenir dos operacions, perquè les dos operacions no són independents sinó que estan **interrelacionades**. Un exemple que possiblement recordarà el lector del batxillerat és el de la propietat distributiva de la suma respecte la multiplicació:

$$4x(3+2) = 4x3 + 4x2$$

Si existeix un sistema (un conjunt de coses interrelacionades) amb dos relacions representables per dos operacions amb aquesta propietat distributiva, tenim un "Anell (algebraic)".

D' "Estructura de dos operacions" hem obtingut "Anell (algebraic)" també mitjançant el segon cas de les particions, així que amb "Anell" seguim amb estructures anàlogues, només que encara més especialitzades.

.44 Ideal (algebraic)

Novament el nom "Ideal" **no ens diu** absolutament res del què és.

Introduïrem aquest nou concepte amb un exemple. Imaginem l'Espècie humana com un conjunt d'elements (els seus individus) que te estructura d' Anell algebraic. Una de les dos operacions és el "Matrimoni" (estrictament el "Coit") el resultat de la qual són els fills. L'altre operació, la que vulgui el lector (per exemple, el treball entre dos persones [caça, pesca, construcció, ...]).

Tothom sap que els negr@s (mascles o femelles), si es "creuen"* amb els blancs, generen fills marcadament negres. Els gens del color de la pell són dominants en els negres i recessius en els blancs. Algebraicament, els negres són un "Ideal (algebraic)" dins el conjunt de l'espècie humana (que seria l' "Anell", amb les dos "operacions" de generar fills i de guanyar-se la vida).

* Si "operen", en llenguatge matemàtic.

L'Ideal algebraic és **una part** d'un Anell algebraic els elements del qual tenen la mateixa propietat dels negres al creuar-se amb els blancs, és a dir, que al operar amb qualsevol altra element que no és de l'Ideal dona com a resultat un nou element que és de l'Ideal. És a dir, un element és d'un Ideal si sempre **imposa** les seves característiques als seus resultats d'operar amb qualsevol altra element, sigui o no de l'Ideal. En aquest cas, la resta de l'Anell, el que no és l'Ideal, seria la ètnia blanca (o millor les ètnies no negres).

En conseqüència, el comportament genètic dels negres respecte el color de la seva pell és **representable per un "Ideal (algebraic)"**. És, doncs, cert que la matemàtica és aplicable als àmbits més **inesperats**. L'exemple també pot servir per a ajudar a entendre que, ser racista sabent matemàtica, a més a més de ser racista, implica ser estúpid.

Ara és important advertir que entre "Anell (algebraic)" i "Ideal (algebraic)" ja no hi ha una partició en classes d'equivalència com en els casos anteriors. S'ha trencat allò de que seguia essent un concepte de la mateixa naturalesa però més específic. "Ideal" ja és una altra cosa. Un "Ideal" és una **part estricta** d'un "Anell" com si fos una de les seves peces. És el primer cas de les particions, una part "real". Gràficament, **tallant amb tisores** l' "Anell" (que és l'**espècie** humana), hem fet:

- l' "Ideal" (l'**ètnia** dels negr@s) i
- la resta (l'**ètnia** dels blancs, o millor, dels no negres).

També és clar que la definició segueix essent **exacta**: les tisores fan exactament dos trossos. I ja portem 7 jerarquies!! ¿Qui deia que no es podien fer definicions exactes com els números?

.45 Ideal nilradical

Aquí tornem al segon cas de partició, la partició en classes d'equivalència. Com el seu nom indica, un "Ideal nilradical" és un "Ideal", però més especial, menys habitual.

El problema apareix amb el criteri que ens permet definir a aquest "Ideal nilradical" diferenciant-lo de tots els altres Ideals. El criteri és:

"Ideal **segons** si prové d'un Mòdul de NÖTHER o no"

És a dir, els "Ideals nilradicals" són els que formen part d'un "Anell", "Anell" que a la vegada és un "Modul de NÖTHER". I això al lector li sona a xinés, **no li diu res**. Pitjor, amb aquesta nova estructura entrem en propietats sorprenents com "Divisors de zero" (dos elements, **tots dos diferents de zero**, que multiplicats donen zero, quelcom impensable en els números que coneix el lector, en els que si el resultat és zero algun dels dos ha de ser forçadament zero).

Aquest pas és **l'únic que no pot entendre** el lector d'aquest sofisticat concepte. Si pensem la successió que es genera:

Concepte virtual → Ciència → Matemàtica → Àlgebra → Estructura algebraica → Estructura algebraica de dos operacions → Anell → Ideal → Ideal nilradical → **Element nilpotent**

* Les fletxes **verdes** indiquen una partició en parts reals, la resta en **vermell**, particions en classes d'equivalència.

cada pas ha suposat **una nova abstracció definitòria** que **s'afegeix** a les del concepte previ, generant conceptes cada vegada més específics (Arbre de PORFIRI) i, a més a més, obtinguts **exactament** *. Només ens ha fallat el pas del 8 al 9 perquè el darrer pas que ens resta és el més trivial.

* La successió resulta d'un encadenament de les **Successions algebraiques exactes curtes** associades a les particions, i a la vegada –des d'una perspectiva topològica– és una successió que **convergeix** en el concepte definit.

.46 Element nilpotent

L' "Element nilpotent" és **un qualsevol dels elements** que integren l' "Ideal nilradical". Una definició trivial i inequívoca que correspon de nou al primer cas de les particions, el cas de "**Part real**", la que es fa amb tisores (o clau anglesa si fos un aparell). De nou, la naturalesa de l' "Ideal nilradical", ja no és la mateixa que la de l' "Element nilpotent", són coses diferents. El primer és un conjunt, el segon és un dels seus elements. Com un cotxe i qualsevol de les seves peces. Com també eren diferents "Anell" i la seva part, l' "Ideal".

Resumidament, un "Element nilpotent" és **un qualsevol dels elements d'un "Ideal nilradical", que és una part especial* d'una "Estructura algebraica de dos operacions"** (més concretament, d'un "Anell"), "Anell" que a la vegada també te l'estructura de "Mòdul de NÖTHER", estructura no coneguda pel lector.

* caracteritzada per **induir** les seves característiques a totes les seves combinacions amb altres elements, com era el cas dels negres creuats amb blancs.

La jerarquia dins l'arbre, la 10, dona idea de l'especificitat d'aquest concepte, i de les 10 abstraccions que ens ha calgut per a definir-lo.

En relació a la definició d'Ideal feta amb l'exemple dels negr@s, un negre podria ser un "Element nilpotent", un blanc no. ¿Perquè? Per què els negres conformen un Ideal, però els blancs no. Per a ser "Element nilpotent" cal, entre altres condicions, ser d'un Ideal.

.47 Els divisors de zero

Un bon amic i pacient lector/ corrector em pregunta si, si més no, puc trobar un exemple de divisors de zero. Gràcies a ell el lector pot llegir-lo tot seguit. S'ha dit que una de les "operacions" de l' "Anell" dels homes era el "coit" i el resultat els fills engendrats. Però tothom sap que la majoria de coits no engendren fills, més encara amb la creixent infertilitat que es va constatant. És a dir, en la majoria de coits entre dos elements (homes) el resultat és "zero".

Resulta, doncs, que un negr@ no només "podria" ser un "Element nilpotent", ho és!! Ho és, perquè també és un divisor de zero (perquè és un Home i hem vist que els homes ho són). És a dir, !també prové d'un Mòdul de NÖTHER!*. I amb molta més freqüència que quan no ho és i engendra un fill també negr@. Així doncs, l'exemple de l'ètnia negra ha resultat ser **plenament** encertat, com "Ideal" i també com "Ideal nilradical".

* Òbviament, que cap lector pretengui trobar alguna interpretació d'això, perquè no la té.

¿Quins són els exemples més habituals de divisors de zero, en l'àmbit de la matemàtica? Doncs uns conceptes que es diuen "Matrius". Com per exemple:

$$\begin{array}{ccc} \left| \begin{array}{ccc} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{array} \right| & \neq & \left| \begin{array}{ccc} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{array} \right| & = & \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 + \sqrt{19} & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \sqrt{19} \end{array} \right| \\ \text{Matriu 0} & & \text{Matriu 1} & & \text{Matriu 2} \end{array}$$

I reitero, aquestes matrius **no tenen absolutament res a veure*** amb les matrius femenines, com se li podria suggerir al lector per l'exemple del coit. Les "Matrius (algebraiques)" són paquets de números com els tres que s'acaben de veure, que representen, per exemple, girs o canvis de coordenades en l'espai tridimensional**.

* En coherència al llenguatge matemàtic més habitual s'haurien de dir, en aquest cas, "9-números", o "3x3-números", però mai "Matrius", una expressió trípement polisèmica.

** En la relativitat, per exemple, són de quatre per quatre, perquè cal adjuntar el temps com a quarta coordenada.

Pot sorprendre al lector els signes de desigualtat i igualtat entre les matrius, més perquè les matrius desiguals només tenen una petita diferència, en tant que les dos iguals són aparentment molt diferents. L'equívoc es deu en bona part a la pròpia terminologia matemàtica. La matemàtica, tan estricta amb el tractament dels números, és molt poc curiosa en el tractament del llenguatge (ja hem vist lo desafortunat de "matriu", "anell", "ideal", ...).

Mai s'hauria de dir "igual", sinó que només "equivalent". ¿Per què? Perquè és evident que no són iguals:

3 ≠ tres ≠ trois ≠ drei ≠ ...

Algun lector dirà que soc un perepunyetes perquè el que importa no és el signe (del tot diferent en els exemples precedents) sinó que el valor que representa el signe. !Doncs precisament! si estem d'acord en que parlem de "valors", llavors cal dir equi"valència", i no "igualtat" que no te res a veure amb els "valors". Més encara, perquè poques vegades es fa matemàtica en abstracta, sinó que darrera del número hi ha una magnitud i el sistema d'unitats en que s'expressa, per exemple:

3 000 kg (de patates) = 3 Tm (de patates)

on és encara més clar que "3 000" i "3" no són iguals sinó que equivalents. Totes les "fórmules" no expressen igualtats sinó que equivalències.

Si com cal es digués "la Matriu 1 **equival** a la Matriu 2, però **no equival** a la Matriu 0", llavors el lector ja ho pot entendre: els efectes de la matriu 1 i la 2 són els mateixos, a diferència dels de la 0. I com no sap gaire per a que serveixen aquestes matrius (en aquest cas com un gir en l'espai, per posar un exemple), pot entendre que sigui així.

.48 Les relacions d' "Element nilpotent" i dels seus ascendents

El document "Forma" és un exemple de les relacions que permet visualitzar el Sistema conceptual i de la comprensió que dona. De manera anàloga i a part de la successió definitòria que hem vist aquí, tan "Element nilpotent" com tots els seus ascendents ens mostrarien les seves relacions amb altres conceptes. Algunes no li dirien res al lector, però d'altres sí, especialment les d' "Àmbit d'aplicació" (els "exemples", que aporten la **imprescindible sensitivació** per a entendre i madurar els conceptes de la matemàtica). Malauradament, aquest simulador del Sistema conceptual no està prou desenvolupat encara en aquests conceptes específics de la matemàtica, tal com seria desitjable (veure l'apartat .C "La classificació de la matemàtica" a "Classificació i recuperació..").

.5 REFLEXIONS

0) En primer lloc cal dir que hem progressat com una taca d'oli, **a poc a poc**. Hem completat un "Currículum intrínsec", un dels mils i mils que indueix el Sistema conceptual. Veure amb més detall ¿què és un "Currículum intrínsec"? a "Breus comentaris" o a l'apartat .C "La classificació de la matemàtica" del document "Classificació i recuperació..".

1) Tenim doncs un total de 10 abstraccions definitòries de les que, segur, el lector ha pogut entendre 9. Només li resta una, la que defineix el Mòdul de NÖTHER. !!Com si hagués tret una nota d'un 9 sobre 10 en matemàtica!! Segur que no s'ho imaginava al començar l'escrit. Ara ja te **una idea molt aproximada** d'un concepte matemàtic molt específic, **aparentment inaccessible** a un lector profà.

2) A més a més, el lector **sap exactament què li manca** per a arribar a obtenir un 10. A la Web i a diversos documents s'afirma que el Sistema conceptual **evita** les causes cognitives de **fracàs escolar** (no les motivacionals-afectives). Com pot veure amb aquest exemple, no és una simple afirmació, és una constatació. Al descomposar el coneixement en els seus elements simples, **s'arriba sempre a saber** quin és el graó que manca, el **graó trencat** de la cadena comprensiva.

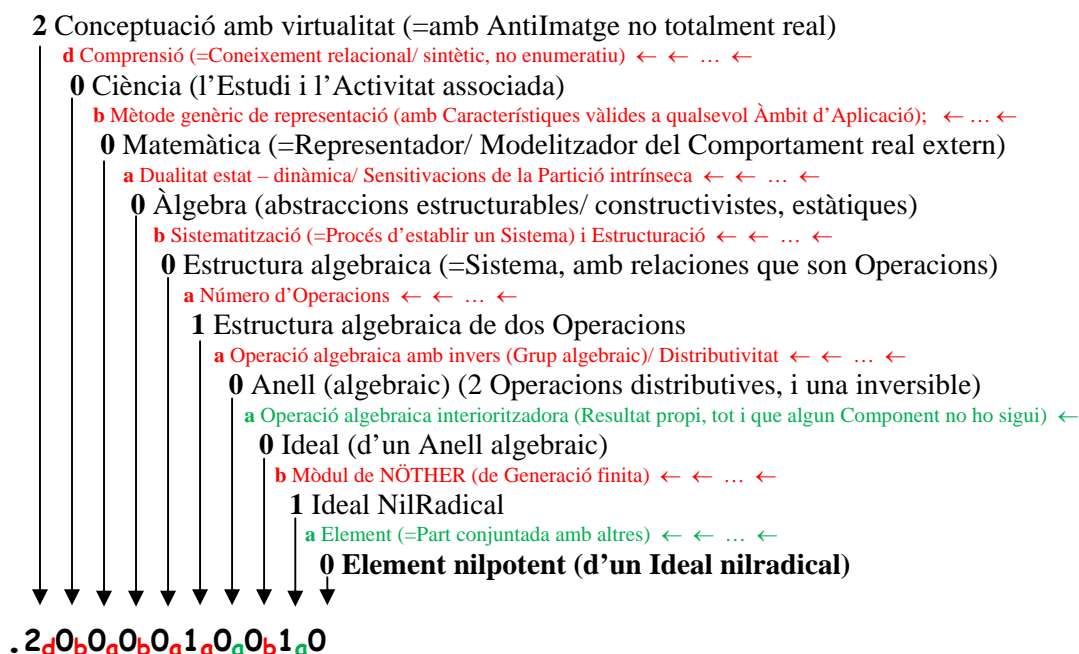
¿Que hauria de fer el lector per a obtenir matrícula d'honor, traient un 10? Doncs hauríem de fer amb "Mòdul de NÖTHER" el mateix que hem fet amb "Element nilpotent" per a completar la comprensió de totes les abstraccions components. És clar que amb "Mòdul de NÖTHER" ens passaria el mateix, és a dir, alguna abstracció se li escaparia al lector, una o màxim dos, perquè "Divisors de zero" també sap una mica què és. Amb el coneixement aproximat d'aquest concepte que ens manca, ja hauríem passat del 9 de nota al 9 i escaig. I així successivament fins a la matrícula d'honor.

3) En qualsevol cas el lector pot estar segur que progressaria **molt més ràpidament** que fent les assignatures de matemàtica del batxillerat de ciències i mitja dotzena d'assignatures de la llicenciatura de matemàtica, per a tractar l'Àlgebra homològica, la Geometria algebraica i l'Àlgebra commutativa que porta habitualment a aquest concepte.

4) El lector ja te una idea bastant aproximada d' "Element nilpotent". I a més a més, sense adonar-se, de passada, ha obtingut un munt d'informació matemàtica, de conceptes directament relacionats amb ell: els de tots els seus ascendents. No només ha après **molt ràpidament** –mantinc l'aposta de que el lector trobi un matemàtic que li pugui explicar fins i tot en deu vegades més de temps– sinó que ha après **moltes més coses**. I de manera altament comprensiva, és a dir, relacionalment, amb **qualitat**. No memorísticament, que "per aquí entra i per allà se'n va".

6 SISTEMA CONCEPTUAL

Acabem amb l'esquema "diagonalitzat"* de la successió definitòria exacta que s'ha construït, amb els seus corresponents criteris i la codificació associada (les "coordenades") en el Sistema conceptual:



* És a dir, no és la representació arbrada sinó que només de la línia directa d'ascendents – descendents, en diagonal.

Amb color **vermell**, els criteris de les particions en classes d'equivalència, i amb color **verd** els criteris de particions estrictes/ reals. El punt decimal davant el codi recorda que estem fent particions, és a dir, tractem amb **números decimals**.

Les fletxes darrera els criteris de partició indiquen que els criteris són conceptes com qualssevol altres, que també resulten de la seva corresponent successió definitòria (en aquest cas esquematitzada de dreta a esquerra).